EXERCICES : EQUILIBRE D'UN CORPS SOUMIS A L'ACTION DE TROIS FORCES (I)

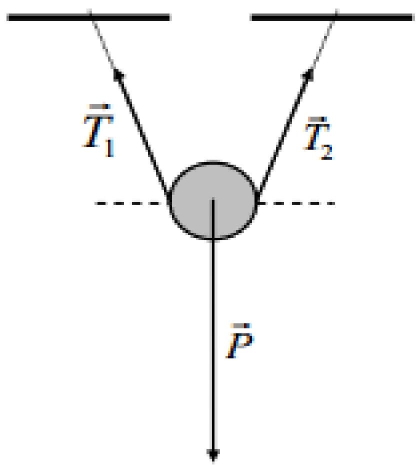
EXERCICE 1: Suspension d'un solide

Déterminer, à l'équilibre, la tension des deux câbles retenant en suspension un solide (S) de masse

m= 80 kg sachant que leur longueur est la même et qu'ils sont incliné d'un angle α = 20° sur l'horizontale . On donne g = 10 N.kg-1.

SOLUTION 1:

Propositions de solutions



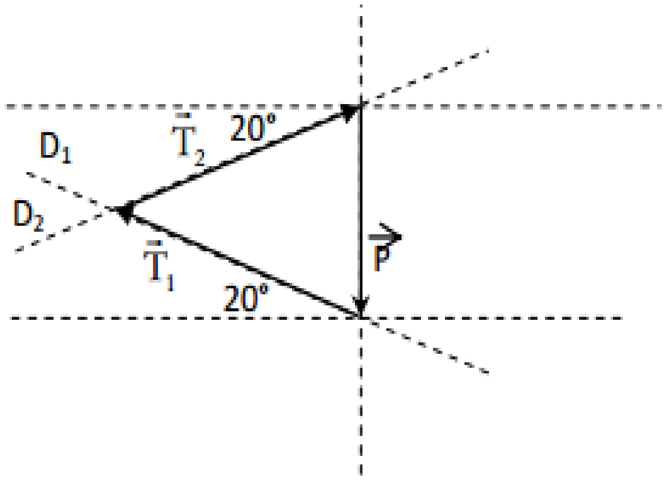
- système: la suspension
- forces extérieures reçues
  - le poids $\vec{P}$ (P = mg = 800 N)
  - $\vec{T}_1$ tension exercée par le câble (AB)
  - $\vec{T}_2$ tension exercée par le câble (BC)
- condition d'équilibre:
  - les trois forces sont concourantes et coplanaires
  - $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Méthode graphique

☞ Choisissons une échelle de représentation: 1 cm $\Leftrightarrow$ 400 N.

☞ Après la représentation du vecteur $\vec{P}$ (2 cm) à l'échelle, on trace les lignes d'action D_1 et D_2 respectives de $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$.

☞ $\vec{T}_2 + \vec{T}_1 + \vec{P} = \vec{0}$, le polygone des forces est fermé d'où l'extrémité de $\vec{T}_2$ coïncide avec l'origine de $\vec{P}$



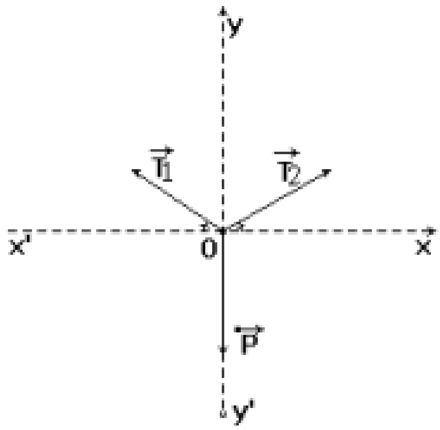
☞ La mesure directe de la longueur des vecteurs $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ donne 2,9 cm chacun soit une intensité égale à $\dfrac{2{,}9\,\text{cm} \times 400\,\text{N}}{1\,\text{cm}} = 1160\ \text{N}$. On trouve donc $\boxed{T_1 = T_2 = 1160\ \text{N}}$

Méthode algébrique

Choisissons un repère d'axe et projetons la relation vectorielle $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$. Dans cette résolution il n'est pas nécessaire de représenter à l'échelle les vecteurs.

$$\vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ -P \end{vmatrix} + \vec{T}_1\begin{vmatrix} -T_1 \cos\alpha \\ T_1 \sin\alpha \end{vmatrix} + \vec{T}_2\begin{vmatrix} T_2 \cos\alpha \\ T_2 \sin\alpha \end{vmatrix} = \vec{0}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} 0 - T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\alpha = 0 \quad (a) \\ -P + T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha = 0 \quad (b) \end{cases}$$



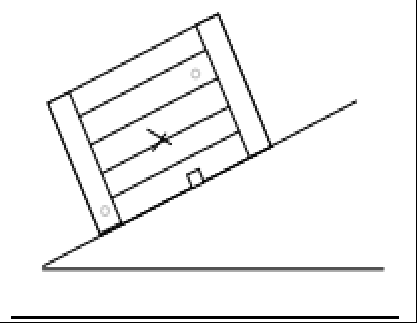
En simplifiant $\cos\alpha$ dans l'expression (a) $\Rightarrow T_1 = T_2$

L'équation (b) devient : $-P + 2T_1\sin\alpha = 0$ soit $T_1 = \dfrac{P}{2\sin\alpha}$

$$\left.\begin{matrix} P = 800\ \text{N} \\ \alpha = 20° \end{matrix}\right\} \Rightarrow T_1 = T_2 = 1169{,}5\ \text{N}$$

<u>Remarque</u>: la détermination graphique n'est pas une méthode précise. On fera appel souvent à la méthode algébrique qui reste précise.

EXERCICE 2 :

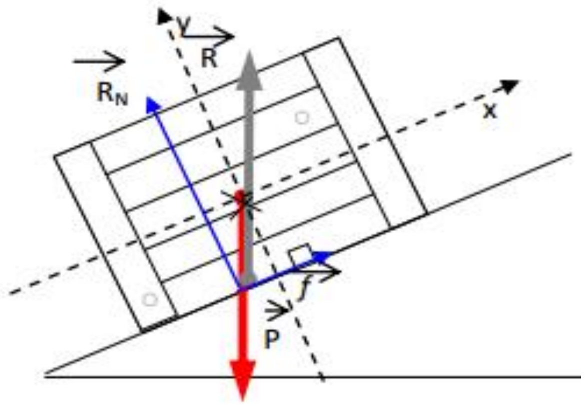
Une male de masse m = 1,5 kg repose sur un plan très rugueux. Il existe donc d'importants frottements entre la male et le plan. Le plan est incliné d'un angle α= 30°. Le solide reste immobile. 1) Analyser les forces agissant sur le solide. 2) Déterminer et représenter la réaction du plan sur le solide à l'équilibre. 3) En déduire la valeur des frottements exercés sur le solide.	

SOLUTION 2 :

Proposition de solution:

1) analyse des forces

- système: male
- bilan des forces: le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ du support



2) détermination de R

La male soumise à deux forces est en équilibre: $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0} \Rightarrow$ $\vec{R}=-\vec{P}$ d'où:

$$\boxed{R = P = 1{,}5 \times 9{,}8 = 14{,}7\ N}$$

$\vec{R}$ et $\vec{P}$ ont la même direction, la même intensité et sont de sens contraires.

3) valeur de *f*.

Le vecteur $\vec{R}$ peut être décomposé suivant la relation: $\vec{R}=\vec{R}_N+\vec{f}$. $\vec{R}_N$ est la composante normale de la réaction et $\vec{f}$ est sa composante tangentielle appelée aussi *force de frottement*.

La relation $\vec{R}+\vec{P}=\vec{0}$ devient $\vec{R}_N+\vec{f}+\vec{P}=\vec{0}$.

Soit le repère (O, x, y), projetons la relation vectorielle.

$$\vec{R}_N\begin{vmatrix}0\\R_N\end{vmatrix}+\vec{f}\begin{vmatrix}f\\0\end{vmatrix}+\vec{P}\begin{vmatrix}-P\sin\alpha\\-P\cos\alpha\end{vmatrix}=\vec{0}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{cases}0+f-P\sin\alpha=0\Rightarrow f=P\sin\alpha\\R_N+0-P\cos\alpha=0\Rightarrow R_N=P\cos\alpha\end{cases}$$

$$\boxed{f = P\sin\alpha = 14{,}7.\sin(30°)=7{,}35\ N}$$

On peut vérifier que $R=\sqrt{R_N^2+f^2}=14{,}7$ N.