



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
الموضوع

المادة	الشعب(ة) او المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الرياضيات	المعامل	7
الشعب(ة) او المسلك	الشعب(ة) او المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الرياضيات	المعامل	7

معلومات عامة

يسنح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؟

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؟

عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان) ؟

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؟

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؟

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمررين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و توزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوعة	المجال	التمرين
2.5	حل معادلات ومتراجحات لوغاريمية	التمرين الأول
3	المتتاليات العددية	التمرين الثاني
5	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
9.5	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الرابع

- بالنسبة للتمرين الأول ، \ln يرمز للوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

- . أ - حل في \mathbb{R} المعادلة : $x^2 + 4x - 5 = 0$ 0.5
- . ب - حل في المجال $[0, +\infty)$ المعادلة : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x+2) + \ln(2x)$ 1
- . حل في المجال $[0, +\infty)$ المتراجحة : $\ln x + \ln(x+1) \geq \ln(x^2 + 1)$ 1

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

- . (1) بين بالترجع أن $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} . 0.5

$$(2) \text{ نضع : } v_n = \frac{1}{u_n} + 2 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

. أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب v_n بدالة n .

$$\text{ب - بين أن } u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ ثم احسب نهاية المتتالية } (u_n).$$

التمرين الثالث (5 ن)

- . (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$ 1

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحقها على التوالي هي : $c = 11 - i$ ، $b = 9 - i$ و $a = 9 + i$.

. أ - بين أن $c - b = \frac{c - b}{a - b}$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B .

. ب - أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $(1-i)$.

$$\text{ج - بين أن } AC \times BC = 4\sqrt{2} \text{ (} c - a)(c - b) = 4(1 - i)(1 - i) \text{ ثم استنتاج أن }$$

د - ليكن z لحق نقطة M من المستوى و $'z$ لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه

$$\text{النقطة } B \text{ و زاويته } \frac{3\pi}{2}$$

بين أن : $z' = -iz + 10 + 8i$ ثم تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة C' بالدوران R هو $9 - 3i$.

التمرين الرابع (9.5 ن)

<p>. $g(x) = (1-x)e^x - 1$ بما يلي :</p> <p>(1) أ - بين أن : $g'(x) = -xe^x$ لكل x من \mathbb{R}.</p> <p>ب - بين أن الدالة g تناصية على $[0, +\infty]$ وترابية على $[-\infty, 0]$ وتحقق من أن $g(0) = 0$.</p> <p>(2) استنتج أن : $g(x) \leq 0$ لكل x من \mathbb{R}.</p> <p>II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :</p> <p>. $f(x) = (2-x)e^x - x$:</p> <p>ول يكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)</p> <p>. أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.</p> <p>ب - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم استنتاج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديده اتجاهه.</p> <p>(2) أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$: ذكر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.</p> <p>ب - بين أن المستقيم (D) الذي معادته $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.</p> <p>(3) أ - بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من \mathbb{R}.</p> <p>ب - أول هندسيا النتيجة $f'(0) = 0$.</p> <p>ج - بين أن الدالة f تناصية قطعا على \mathbb{R} ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.</p> <p>(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} وأن $2 < \alpha < \frac{3}{2}$ (نقبل أن $e^{\frac{3}{2}} > 3$).</p> <p>(5) أ - حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) + x = 0$ واستنتاج أن (C) و (D) يتقاطعون في النقطة $A(2, -2)$.</p> <p>ب - ادرس إشارة $f(x) + x$ على \mathbb{R}.</p> <p>ج - استنتاج أن (C) يوجد فوق (D) على $[2, +\infty]$ وتحت (D) على $[-\infty, 2]$.</p> <p>(6) أ - بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج احداثياتها هو $(0, 2)$.</p> <p>ب - أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}).</p> <p>(7) أ - باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$.</p> <p>ب - استنتاج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$.</p>	<p>0.5</p> <p>0.75</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p>
---	---

أجوبة امتحان الدورة العادية 2011

التمرين الأول:

● **أ 2** ●
ليكن n عنصرا من \mathbb{N} . لدينا : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{1}{\left(\frac{u_n}{5+8u_n}\right)} + 2 = \frac{5+8u_n}{u_n} + 2 \quad \text{إذن :}$$

$$= \frac{5+10u_n}{u_n} = \frac{5}{u_n} + 10 = 5\left(\frac{1}{u_n} + 2\right) = 5v_n$$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_{n+1} = 5v_n$

و هذا يعني أن المتتالية v_n هندسية وأساسها هو العدد 5 .
و منه فإن الحد العام v_n لهذه المتتالية يكتب على الشكل :

$$v_n = v_0 5^{n-0} = \left(\frac{1}{u_0} + 2\right) 5^n = \left(\frac{1}{1} + 2\right) 5^n = 3 \times 5^n \quad (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = 3 \times 5^n$$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

● **ب 2** ●
نعلم أن : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n - 2 = \frac{1}{u_n}$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{1}{v_n - 2}$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$

نلاحظ أن التعبير 5^n عبارة عن متتالية هندسية أساسها 5 و هو عدد حقيقي أكبر من 1

إذن : $\lim_{n \rightarrow \infty} 5^n = +\infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3 \times 5^n - 2} \right) = \frac{1}{+\infty} = 0 \quad \text{و منه :}$$

إذن : $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

التمرين الثالث:

● **1** ●
لحل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$

لدينا : $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 82 = -4 = (2i)^2$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين z_1 و z_2 معرفين بما يلي :

$$z_1 = \frac{18 - 2i}{2} = 9 - i \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{18 + 2i}{2} = 9 + i$$

● **أ 2** ●
 $\frac{c-b}{a-b} = \frac{(11-i)-(9-i)}{(9+i)-(9-i)} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = -i$ لدينا :

$$\begin{cases} \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) \equiv \arg(-i) [2\pi] \\ \left|\frac{c-b}{a-b}\right| = |-i| \end{cases} \quad \text{إذن :} \quad \frac{c-b}{a-b} = -i$$

و من هذه الكتابة الأخيرة نحصل على :

$$\begin{cases} \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi] \\ \left|\frac{c-b}{a-b}\right| = 1 \end{cases} \quad \text{يعني :}$$

$$\begin{cases} \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi] \\ \left|\frac{c-b}{a-b}\right| = 1 \end{cases} \quad \text{يعني :}$$

لحل في \mathbb{R} المعادلة : $x^2 + 4x - 5 = 0$
لدينا : $\Delta = 4^2 - 4(-5) = 16 + 20 = 36$

إذن : المعادلة تقبل حلين حقيقيين x_1 و x_2 معرفين بما يلي :

$$x_1 = \frac{-4 - 6}{2} = -5 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-4 + 6}{2} = 1$$

● **1** ●
لحل في $[0; +\infty]$ المعادلة : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$

نستعمل قواعد الدالة \ln نجد :

$$\ln(x^2 + 5) = \ln(2x(x + 2)) \quad \text{يعني :} \quad \ln(x^2 + 5) = \ln(2x^2 + 4x)$$

 $e^{\ln(x^2+5)} = e^{\ln(2x^2+4x)}$ أي :

$$x^2 + 5 = 2x^2 + 4x \quad \text{يعني :}$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \text{و منه :}$$

و هذه المعادلة تقبل في \mathbb{R} الحلول 5 و 1 .

بما أن : $1 \notin [0; +\infty]$ فإن المعادلة : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$ تقبل حل واحد

في $[0; +\infty]$ وهو 1 .

● **2** ●
لحل في $[0; +\infty]$ المتراجحة $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$

$$\ln(x^2 + x) \geq \ln(x^2 + 1) \quad \text{هذه المتراجحة تصبح :}$$

بما أن الدالة \ln تقابل من \mathbb{R}^+ نحو \mathbb{R} فإن المتراجحة تصبح :

$$x^2 + x \geq x^2 + 1$$

يعني : $x \geq 1$

وبالتالي : مجموعة حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقة الأكبر من

$$\text{أو تساوي 1 . أو بتعبير آخر : } S = [1; +\infty)$$

التمرين الثاني:

● **1** ●
نعتبر العبارة (P_n) المعرفة بما يلي :

لدينا : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 0$ لدينا : 0 < 1 \Rightarrow إذن : 0 > 0

و هذا يعني أن العبارة (P_0) صحيحة .

نفترض أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 0$ إذن : 0 < 5 \Rightarrow إذن : 5 > 0

و هذا يعني أن الكميتيين u_n و $5 + 8u_n$ (5) موجبتين قطعا .

إذن $\frac{u_n}{5 + 8u_n}$ كمية موجبة قطعا .

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \frac{u_n}{5 + 8u_n} > 0$ أي : $u_n > 0$ \Rightarrow إذن : $u_{n+1} > 0$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} > 0$ إذن : العبارة (P_{n+1}) صحيحة .

حصلنا إذن على النتائج التالية :

(P_0) est vraie إذن حسب مبدأ الترجع :

$(P_n) \Rightarrow (P_{n+1}) ; (\forall n \in \mathbb{N})$ $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n > 0$

من إعداد الأستاذ بدر الدين الفاتحى : 2011

التمرين الرابع:

أ ١

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . لدينا :

$$g'(x) = -e^x + (1-x)e^x = -xe^x \quad \text{إذن :}$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}) ; g'(x) = -xe^x \quad \text{إذن :}$$

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فان : $x \in [0, +\infty[$

و منه : $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان $-xe^x \geq 0$ فان : $x \in]-\infty; 0]$

و منه : $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

$$g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0 \quad \text{ولدينا :}$$

أ ٢

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين :

الحالة الأولى : إذا كان : $x \geq 0$

فإن : $(0) \leq g(x) \leq g(0)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

$$(\forall x \geq 0) ; g(x) \leq 0$$

الحالة الثانية : إذا كان : $x \leq 0$

فإن : $g(x) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

$$(\forall x \leq 0) ; g(x) \leq 0$$

و منه : $g(x) \leq 0$ نلاحظ في كلتا الحالتين أن :

$$g(x) \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) ; g(x) \leq 0$$

أ ١

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty = (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \text{إذن :}$$

أ ١

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$= \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$$

$$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \quad \text{إذن :}$$

نستنتج إذن من النتائجتين (1) و (2) أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأرتب بجوار $+\infty$.

أ ٢

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x \quad \text{لدينا :}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$$

$$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$$

$$\begin{cases} (\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ BC = BA \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} (\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ |c-b| = |a-b| \end{cases}$$

و من هذه الكتابة الأخيرة نستنتج أن ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في نفس النقطة B .

ملاحظة : إذا كان $(\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم الزاوية مباشر. وإذا كان $(\overline{BA}; \overline{BC}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم الزاوية غير مباشر.

ب ١

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فان : $x \in [0, +\infty[$

و منه : $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان $-xe^x \geq 0$ فان : $x \in]-\infty; 0]$

و منه : $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

$$g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0 \quad \text{ولدينا :}$$

ب ٢

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين :

الحالة الأولى : إذا كان : $x \geq 0$

فإن : $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

$$(\forall x \geq 0) ; g(x) \leq 0$$

الحالة الثانية : إذا كان : $x \leq 0$

فإن : $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

$$(\forall x \leq 0) ; g(x) \leq 0$$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن :

$$g(x) \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) ; g(x) \leq 0$$

ج ٢

$$(c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i) \quad \text{لدينا :}$$

$$(c-a)(c-b) = 4(1-i) \quad \text{و منه :}$$

$$|(c-a)(c-b)| = |4(1-i)| \quad \text{يعني :}$$

$$|c-a| \times |c-b| = 4|1-i| \quad \text{يعني :}$$

$$|c-a| \times |c-b| = 4\sqrt{2} \quad \text{إذن :}$$

$$AC \times BC = 4\sqrt{2} \quad \text{يعني :}$$



د ٢

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty = (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$$

$$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$$

$$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \quad \text{إذن :}$$

د ٢

$$\mathcal{R}_B \left(\frac{3\pi}{2} \right) : \begin{cases} (\mathcal{P}) \\ M(z) \end{cases} \mapsto \begin{cases} (\mathcal{P}) \\ M'(z') \end{cases}$$

$$\mathcal{R}(M) = M' \quad \text{تنطلق من المعطى :}$$

$$(z' - b) = e^{\frac{i3\pi}{2}}(z - b) \quad \text{إذن حسب التعريف العقدي للدوران :}$$

$$(z' - 9 + i) = -i(z - 9 + i) \quad \text{يعني :}$$

$$z' - 9 + i = -iz + 9i + 1 \quad \text{يعني :}$$

$$z' = -iz + 8i + 10 \quad \text{يعني :}$$

$$\begin{cases} (\mathcal{P}) \\ M(z) \end{cases} \mapsto \begin{cases} (\mathcal{P}) \\ M'(-iz + 8i + 10) \end{cases}$$

$$-ic + 8i + 10 = -i(11 - i) + 8i + 10 \quad \text{لدينا :}$$

$$= -11i - 1 + 8i + 10 = -3i + 9 = c' = aff(C') \quad \text{إذن حسب الكتابة العقدية للدوران R نستنتج أن :}$$

$$\mathcal{R}(C) = C' \quad \text{و كذلك : } aff(C') = c' = 9 - 3i$$

و لدينا كذلك : $f(2) = (2 - 2)e^2 - 2 = -2 < 0$

إذن : $f(2) < 0$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}$$

و لدينا كذلك :

$$\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} > \frac{3}{2}$$

بما أن : $e^{\frac{3}{2}} > \frac{3}{2}$ فإن :

$$(3) f\left(\frac{3}{2}\right) > 0$$

و منه : $\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} > 0$ أي :

(4) $f(2) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ نستنتج أن :

إذن من النتيجتين (1) و (4) نستنتج حسب مبرهنة القيمة الوسيطة (TVI) أن : $\exists! \alpha \in \left]2; \frac{3}{2}\right[; f(\alpha) = 0$

و بالتالي : المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α محصور بين 2 و $\frac{3}{2}$. النقطة ذات الأصول α هي نقطة تقاطع (C) و محور الأفاسيل.

(5) $(2 - x)e^x - x + x = 0$ تصبح :

المعادلة $(2 - x)e^x = 0$ يعني :

نعلم أن : $\forall x \in \mathbb{R} ; e^x \neq 0$

إذن : $x = 2$ و منه :

إذن $x = 0$ إن أصول نقطة تقاطع (C) و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x$ هو 2 و أرتبها هو :

و بالتالي : (D) يتقاطعان في النقطة A(2; -2).

لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) + x = (2 - x)e^x$

إذن : إشارة x في $f(x) + x$ تتعلق فقط بإشارة $(2 - x)$ و ذلك لأن : $\forall x \in \mathbb{R} ; e^x > 0$

إذا كان : $x = 2$ فإن :

إذا كان : $x > 2$ فإن :

إذا كان : $x < 2$ فإن :

نستنتج من السؤال ب أنه :

- إذا كان : $x > 2$ فإن : $f(x) < 0$
- إذا كان : $x < 2$ فإن : $f(x) > 0$

إذن : (C) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $[2; +\infty]$.

و (C) يوجد أسفل (D) على المجال $[-\infty; 2]$.

لدراسة نقط الانعطاف ندرس النقطة التي تتعدم فيها المشتقة الثانية "f''".

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . و نريد أن نحل المعادلة : $f''(x) = 0$

$$f''(x) = g'(x) = -xe^x$$

لدينا :

إذن المعادلة تصبح : $-xe^x = 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$; $e^0 \neq 0$

نعلم أن : $x = 0$ إذن المعادلة تصبح :

و منه : فالمعادلة تقبل حلًا وحيدًا وهو الصفر.

يعني أن (C) يقبل نقطة انعطاف واحدة أصولها 0.

و أرتبها هو $f(0) = 2$ أي : (B) نقطة انعطاف للمنحنى (C).

إذن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

و لدينا :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x)e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x - xe^x = 0 - 0 = 0$$

إذن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = 0$

لدينا :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} - 1\right)e^x - 1 = \left(\frac{2}{-\infty} - 1\right)e^{-\infty} - 1 = (0 - 1)(0) - 1 = -1$$

إذن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$

من النهايات (3) و (4) و (5) نستنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x + 0$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

لدينا :

$$f(x) = (2 - x)e^x - x$$

$$f'(x) = -e^x + (2 - x)e^x - 1$$

$$= (-1 + 2 - x)e^x - 1$$

$$= (1 - x)e^x - 1$$

$$= g(x)$$

لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = g(x)$

النتيجة $g(0) = 0$ تعني هندسيا أن المنحنى (C) يقبل مماساً أفقياً (موازي لمحور الأفاسيل) بجوار النقطة ذات الأصول 0.

لدينا :

$$\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = g(x)$$

و نعلم حسب نتيجة السؤال (I) أن : $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة f تنقصية على \mathbb{R} .

ونضع جدول تغيرات f كما يلي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
f	$+\infty$	2	$-\infty$

لدينا f دالة متصلة و تنقصية قطعاً على \mathbb{R} .

إذن f تقبل من \mathbb{R} نحو $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

و منه كل عنصر من \mathbb{R} يمكنه سبقاً واحداً من \mathbb{R} بالدالة f .

لدينا : $0 \in \mathbb{R}$ إذن : $\exists! \alpha \in \mathbb{R} ; f(\alpha) = 0$

يعني أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا في \mathbb{R} وهو العدد α .

ولدينا : f دالة متصلة على المجال $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx = \int_{-1}^0 (f(x) + x) dx \quad \text{و منه:}$$



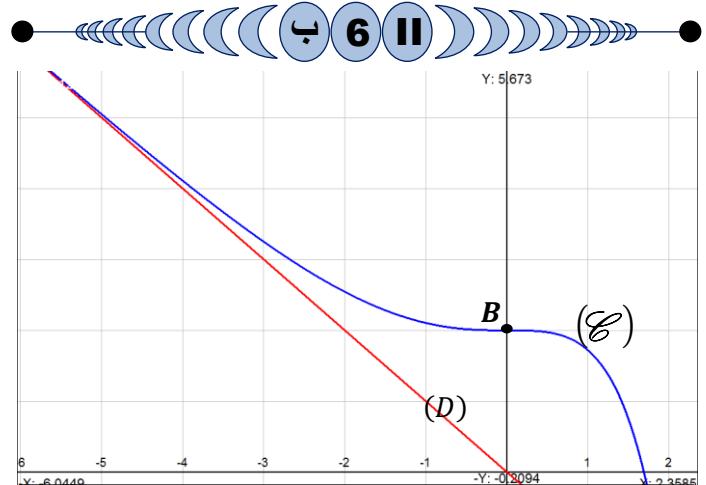
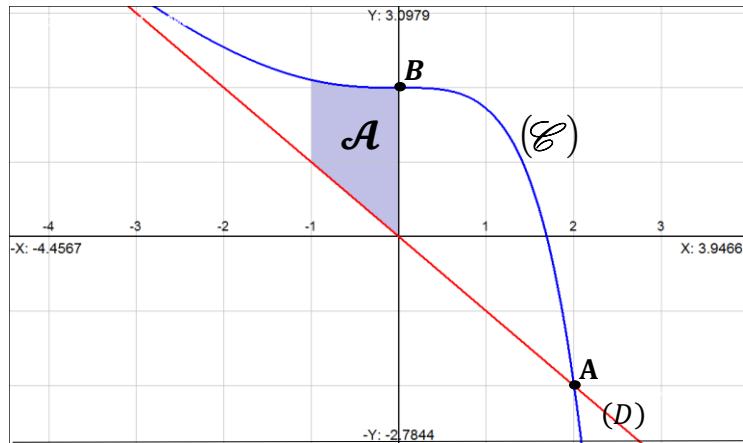
$$= \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ unité}^2$$

$$\mathcal{A} = \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ unité}^2 \quad \text{إذن:}$$

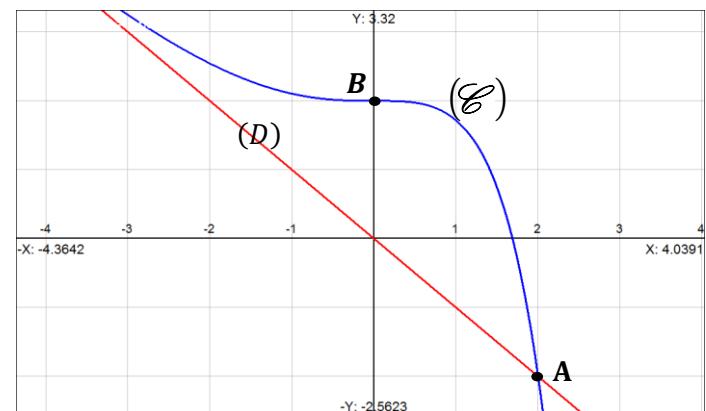
بما أن: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$ فإن: $(l'unité)^2 = 4 \text{ cm}^2$

إذن: $(l'unité)^2 = 4 \text{ cm}^2$

$$\mathcal{A} = 4 \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ cm}^2 = \left(12 - \frac{16}{e}\right) \text{ cm}^2 \quad \text{و بالتالي:}$$



أضفت الصورة الأولى لنرى بوضوح ما يقع بجوار ∞ .



●————— 6 II —————●

$$\int_{-1}^0 \frac{(2-x)}{u} e^x dx = [uv]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 u'v dx \quad \text{لدينا:}$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + \int_{-1}^0 e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + [e^x]_{-1}^0$$

$$= \left(2 - \frac{3}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 3 - \frac{4}{e}$$

$$\int_{-1}^0 (2-x) e^x dx = 3 - \frac{4}{e} \quad \text{إذن:}$$



●————— 7 II —————●

لتكن \mathcal{A} مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحني (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلاتها $x = -1$ و $x = 0$. نعلم أن التكامل يقيس هندسيا طول أو مساحة أو حجم.

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) - (-x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx \quad \text{إذن:}$$

من خلال دراسة إشارة $(f(x) + x)$ حسب (5) ب)

نكتب: $\forall x < 2 ; f(x) + x > 0$

إذن: $\forall x < 2 ; |f(x) + x| = f(x) + x$