



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2016  
- الموضوع -

RS 22

٤٠٤٣٥٤٤ | ٤٣٥٤٣٥٤٤ | ٤٣٥٤٣٥٤٤ | ٤٣٥٤٣٥٤٤ | ٤٣٥٤٣٥٤٤ | ٤٣٥٤٣٥٤٤



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقدير  
والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسالكها	الشعبة أو المسلك

## تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادى استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرير المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	المتتاليات العددية	التمرير الأول
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرير الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرير الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرير الرابع
8 نقط	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	مسألة

- بالنسبة لمسألة  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_{n+1} = \frac{1}{16} u_n + \frac{15}{16}$  و  $u_0 = 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

ب- تحقق من أن  $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم بين أن المتالية  $(u_n)$  تناقصية. 0.5

ج- استنتج أن المتالية  $(u_n)$  متقاربة. 0.25

2) لتكن  $(v_n)$  المتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  2

أ- بين أن  $(v_n)$  متالية هندسية أساسها  $\frac{1}{16}$  و اكتب  $v_n$  بدالة  $n$  1

ب- بين أن  $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم حدد نهاية المتالية  $(u_n)$  0.75

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين  $A(1, 3, 4)$  و  $B(0, 1, 2)$

1) أ- بين أن  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  0.5

ب- بين أن  $2x - 2y + z = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$ . 0.5

2) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$  0.5

بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(3, -3, 3)$  و شعاعها 5

3) أ- بين أن المستوى  $(OAB)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75

ب- حدد مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تمس المستوى  $(OAB)$  و الفلكة  $(S)$  0.75

التمرين الثالث: (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 41 = 0$  0.75

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $\Omega$  التي أحقها

على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $\omega$  بحيث  $a = 4 + 5i$  و  $b = 3 + 4i$  و  $c = 6 + 7i$  و  $\omega = 4 + 7i$  0.75

أ- احسب  $\frac{c-b}{a-b}$  و استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية. 0.75

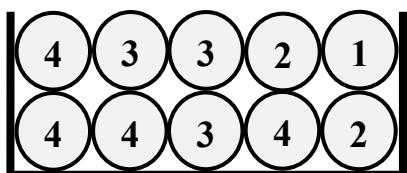
ب- ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$  0.75

بين أن  $z' = -iz - 3 + 11i$

ج- حدد صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  ثم أعط شكلًا مثليًا للعدد  $\frac{a-\omega}{c-\omega}$  0.75

## التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4 .  
( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائياً بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.  
(1) ليكن  $A$  الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين " .

$$\text{بين أن : } p(A) = \frac{1}{3}$$

(2) نكرر التجربة السابقة ثلاثة مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث  $A$

$$\text{بين أن } p(X=1) = \frac{4}{9} \text{ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي } X$$

## مسألة : (8 ن)

I- لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $[0, +\infty]$  بما يلي :

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة  $g$  على  $[0, +\infty]$

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

(1) احسب  $g(1)$

(2) استنتج انطلاقاً من الجدول أن:  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty]$

II- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty]$  بما يلي :

وليكن  $(C)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعمد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة :  $2 \text{ cm}$  )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$  و أعط تأويلاً هندسياً لهذه النتيجة .

(2) أ- بين أن  $f(x) = x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right]$  ( لحساب النهاية يمكنك كتابة  $f(x)$  على الشكل

ب- بين أن المنحني  $(C)$  يقبل فرعاً شلجمياً في اتجاه محور الأراتيب بجوار  $+\infty$

(3) أ- بين أن  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty]$

ب- استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على  $[0, +\infty]$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[0, +\infty]$

(4) أ- بين أن  $(1, 0)$  نقطة انعطاف للمنحني  $(C)$

ب- بين أن  $y = x - 1$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم  $(T)$  مماس المنحني  $(C)$  في النقطة  $I$

ج- أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم  $(T)$  و المنحني  $(C)$

$$(5) \text{ أ- بين أن } \int_1^2 \left( 1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$$

$$\int_1^2 (x+1) \ln x dx = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$$

ج- احسب ، ب  $\text{cm}^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحني  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين

الذين معادلتها  $x=1$  و  $x=2$

$$(6) \text{ حل مبيانيا المترابحة : } x \in [0, +\infty[ ; (x+1) \ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$$

التصحيح :

تصحيح التمارين الأول :

(1) أ. نبين بالترجع أن :  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

✓ من أجل  $n = 0$  :

$$u_0 = 2$$

إذن  $u_0 > 1$

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  ✓

• نفترض أن  $u_n > 1$

• و نبين أن  $u_{n+1} > 1$

لدينا حسب الإفتراض :  $u_n > 1$

$$\frac{1}{16}u_n > \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} > \frac{1}{16} + \frac{15}{16}$$

إذن :  $u_{n+1} > 1$

نستنتج أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ✓

ب.

♦ ليكن  $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} - u_n$$

$$= \left( \frac{1}{16} - 1 \right)u_n + \frac{15}{16}$$

$$= \frac{-15}{16}u_n + \frac{15}{16}$$

$$\text{إذن : } u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$$

♦ لدينا حسب نتيجة السؤال (1) أ.

إذن  $u_n - 1 > 0$

$$\text{إذن } 0 < \frac{-15}{16}(u_n - 1)$$

و منه  $u_{n+1} - u_n < 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

و بالتالي المتالية  $(u_n)$  تناقصية

ج. بما أن  $(u_n)$  تناقصية و مصغرفة (بالعدد 1) فإن  $(u_n)$  متقاربة

(2)

أ.

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  ❖

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} - 1 \\ &= \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} - 1 \\ &= \frac{1}{16}u_n - \frac{1}{16} \\ &= \frac{1}{16}(u_n - 1) \\ &= \frac{1}{16}v_n \end{aligned}$$

إذن  $v_{n+1} = \frac{1}{16}v_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

و منه المتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{16}$

و حدها الأول  $v_0 = u_0 - 1 = 2 - 1 = 1$

❖ لنكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

$$v_n = 1 \times \left(\frac{1}{16}\right)^n : \text{إذن } v_n = v_0 \times q^n \text{ لدينا :}$$

و منه  $v_n = \left(\frac{1}{16}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

ب.

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  ❖  
لدينا  $u_n = v_n + 1$  إذن  $v_n = u_n - 1$

$$u_n = v_n + 1 \quad \text{و منه } u_n = \left(\frac{1}{16}\right)^n + 1 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{16}\right)^n = 0 \quad -1 < \frac{1}{16} < 1 \quad \text{بما أن } 1 < \frac{1}{16} < 1$$

و منه  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

تصحيح التمرين الثاني :

أ. لدينا :  $\overrightarrow{OB}(0,1,2)$  و  $\overrightarrow{OA}(1,3,4)$  (1)

$$\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

لدينا :  

$$\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$
 إذن :

ب. لدينا :  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}(2,-2,1)$  متجهة منتظمة لل المستوى  $(OAB)$

إذن معادلة ديكارتية لل المستوى  $(OAB)$  تكتب على شكل :  $2x - 2y + 1z + d = 0$

و بما أن :  $O(0,0,0) \in (OAB)$  فإن :  $2.(0) - 2.(0) + 1.(0) + d = 0$  إذن :  $d = 0$

و بالتالي معادلة لل المستوى  $(OAB)$  هي :  $2x - 2y + z = 0$

(2) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

لدينا :  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

نكافئ :  $x^2 - 6x + y^2 + 6y + z^2 - 6z = -2$   
نكافئ :

$$x^2 - 2(3)x + (3)^2 + y^2 - 2(-3)y + (-3)^2 + z^2 - 2(3)z + (3)^2 = -2 + (3)^2 + (3)^2 + (3)^2$$

$$(x - (3))^2 + (y - (-3))^2 + (z - (3))^2 = 25 = (5)^2$$

إذن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $(3, -3, 3)$  وشعاعها

$$R = 5$$

أ. لدينا :  $d(\Omega, (OAB)) = R$  بما أن :

$$d(\Omega, (OAB)) = \frac{|2(3) - 2(-3) + (3)|}{\sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (1)^2}} = \frac{15}{3} = 5$$

بما أن :  $d(\Omega, (OAB)) = R$  فإن المستوى  $(OAB)$  مماس للفلكة  $(S)$

ب. نحدد  $(S)$  نقطة تمسك المستوى  $(OAB)$  و الفلكة  $(S)$

لدينا  $(OAB)$  هي المسقط العمودي للنقطة  $\Omega(3, -3, 3)$  على المستوى  $(OAB)$

و بالتالي  $(OAB)$  هي نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  المار من  $(3, -3, 3)$  و العمودي على المستوى  $(OAB)$  مع المستوى  $(OAB)$ .

لدينا  $(\Delta) \perp (OAB)$  متجهة منتظمة لل المستوى  $(OAB)$  و بما أن :

فإن :  $\Omega(3, -3, 3) \in (\Delta)$   $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}(2, -2, 1)$  هي متجهة موجهة لل المستوى  $(OAB)$ . ولدينا

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -3 - 2t : (\Delta) \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ إذن تمثيل بارامטרי المستقيم } (\Delta) \cap (OAB)$$

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x_H = 3 + 2t \\ y_H = -3 - 2t \\ z_H = 3 + t \\ 2x_H - 2y_H + z_H = 0 \end{cases} \text{ تكافي } H(x_H, y_H, z_H) \in (\Delta) \cap (OAB)$$

بالتعميض نجد :  $2(3 + 2t) - 2(-3 - 2t) + (3 + t) = 0$   
ومنه :  $t = -1$

$$H(1, -1, 2) : \text{ أي } \begin{cases} x_H = 3 + 2(-1) = 1 \\ y_H = -3 - 2(-1) = -1 \\ z_H = 3 + (-1) = 2 \end{cases} \text{ وبالتالي}$$

تصحيح التمرين الثالث :

$$(1) \text{ لحل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة : } z^2 - 8z + 41 = 0$$

لدينا :  $\Delta = (-8)^2 - 4(1)(41) = -100$   
بما أن  $\Delta < 0$  فإن المعادلة تقبل حلين عقددين مترافقين

$$z = \frac{-(-8) + i\sqrt{100}}{2(1)} \text{ أو } z = \frac{-(-8) - i\sqrt{100}}{2(1)}$$

$$z = 4 - 5i \text{ أو } z = 4 + 5i$$

إذن :  $S = \{4 - 5i, 4 + 5i\}$

$$\frac{c-b}{a-b} = \frac{(6+7i) - (3+4i)}{(4+5i) - (3+4i)} = \frac{3+3i}{1+i} = \frac{3(1+i)}{1+i} = 3 \quad \text{لدينا : (2) أ.}$$

بما أن  $\frac{c-b}{a-b} \in \mathbb{R}$  فإن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية.

ب.  $R$  الدوران الذي مركزه  $\Omega(\omega)$  و زاويته  $\frac{-\pi}{2}$

صورة  $M(z)$  بالدوران  $M'(z')$

لدينا :  $z' - \omega = e^{i\left(\frac{-\pi}{2}\right)}(z - \omega)$

$$\begin{aligned}
 z' - (4 + 7i) &= -i(z - (4 + 7i)) \quad \text{إذن :} \\
 z' - 4 - 7i &= -i(z - 4 - 7i) \quad \text{إذن :} \\
 z' &= -i(z - 4 - 7i) + 4 + 7i \quad \text{إذن :} \\
 z' &= -iz + 4i - 7 + 4 + 7i \quad \text{إذن :} \\
 z' &= -iz - 3 + 11i \quad \text{و منه :}
 \end{aligned}$$

ج. ♦ لنحدد صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  :

لدينا :  $-ic - 3 + 11i = -i(6 + 7i) - 3 + 11i = -6i + 7 - 3 + 11i = 4 + 5i = a$

إذن :  $A$  هي صورة  $C$  بالدوران  $R$ .

$$\begin{aligned}
 &\left\{ \begin{array}{l} \Omega A = \Omega C \\ \left( \overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega A} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \quad \text{لدينا :} \quad R(C) = A \quad \text{إذن :} \\
 &\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Omega A}{\Omega C} = 1 \\ \left( \overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega A} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \quad \text{إذن :} \\
 &\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{a - \omega}{c - \omega} \right| = 1 \\ \arg \left( \frac{a - \omega}{c - \omega} \right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \quad \text{إذن :} \\
 &\frac{a - \omega}{c - \omega} = 1 \left( \cos \left( \frac{-\pi}{2} \right) + i \sin \left( \frac{-\pi}{2} \right) \right) \quad \text{و منه :}
 \end{aligned}$$

تصحيح التمرين الرابع :

التجربة "نسحب عشوائيا بالتناوب و بدون احلال كرتين من الصندوق "

ليكن  $\Omega$  كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا :  $card \Omega = A_{10}^2 = 90$

" الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين "  $A$  (1)

لدينا :  $card A = A_6^2 = 30$

$$p(A) = \frac{card A}{card \Omega} = \frac{30}{90} \quad \text{إذن :}$$

$$p(A) = \frac{1}{3} : \text{ومنه}$$

(2) لدينا :  $X$  متغير عشوائي حداني وسيطاه  $n = 3$  و

$$p(X=1) = C_3^1 p^1 (1-p)^{3-1} = 3 \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

لنحدد قانون احتمال  $X$  :

$$p(X=0) = C_3^0 p^0 (1-p)^{3-0} = 1 \times 1 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$p(X=1) = \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$$

$$p(X=2) = C_3^2 p^2 (1-p)^{3-2} = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^1 = \frac{2}{9} = \frac{6}{27}$$

$$p(X=3) = C_3^3 p^3 (1-p)^{3-3} = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)^0 = \frac{1}{27}$$

$x_i$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$	$\frac{2}{9} = \frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

تصحيح المسألة :

• I

$$g(1) = \frac{2}{1} - 1 + 2 \ln(1) = 2 - 1 + (2 \times 0) = 1 \quad (1)$$

(2) لدينا  $g(1)$  هي القيمة الدنيا للدالة  $g$  على  $[0, +\infty[$

إذن :  $\forall x \in [0, +\infty[ : g(x) \geq g(1)$

إذن :  $\forall x \in [0, +\infty[ : g(x) \geq 1$

و منه :  $\forall x \in [0, +\infty[ : g(x) > 0$

• II

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 3 - 3x + 2(x+1) \ln(x) = -\infty \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 3 - 3x = 3 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 2(x + 1) = 2 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

التأويل الهندسي :  $(C)$  يقبل مقارب عمودي معادلته  $x = 0$

أ. (2)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - 3x + 2(x + 1) \ln x \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( \frac{x + 1}{x} \right) \ln x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} - 3 = -3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{array} \right. \quad \text{لأن :}$$

ب. لدينا :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x = +\infty \quad \text{و}$$

لأن :  $(C)$  يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار  $+\infty$

أ. ليكن  $x \in ]0, +\infty[$  (3)

الدالة  $f$  قابلة للإشتقاق على  $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= (3 - 3x + 2(x+1)\ln(x))' \\
 &= -3 + 2((x+1)'\ln(x) + (x+1)\ln'(x)) \\
 &= -3 + 2\left(\ln(x) + (x+1)\times\frac{1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\left(\ln x + \frac{x+1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\left(\ln x + 1 + \frac{1}{x}\right) \\
 &= -3 + 2\ln x + 2 + \frac{2}{x} \\
 &= \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x
 \end{aligned}$$

إذن : لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$

$$f'(x) = g(x) : ]0, +\infty[$$

ت. حسب I. (2) لدينا :  $\forall x \in ]0, +\infty[ : g(x) > 0$

و منه :  $\forall x \in ]0, +\infty[ : f'(x) > 0$

وبالتالي  $f$  تزايدية قطعا على  $]0, +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أ. ليكن  $x \in ]0, +\infty[$  (4)  
لدينا '  $f$  قابلة للإشتقاق على  $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= (f')'(x) \\
 &= g'(x) \\
 &= \frac{-2}{x^2} + \frac{2}{x} \\
 &= \frac{-2 + 2x}{x^2} \\
 &= \frac{2(x-1)}{x^2}
 \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

بما أن  $x^2 > 0$  فإن إشارة  $f''(x)$  هي إشارة  $x-1$

$x$	0	1	$+\infty$
$f''(x)$	–	0	+

لدينا : "  $f$  تندع و تغير إشارتها عند 1 إذن النقطة  $I(1,0)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C)$  .

$$(f(1) = 0)$$

ب. معادلة ديكارتية للمسقط  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $I(1,0)$  :

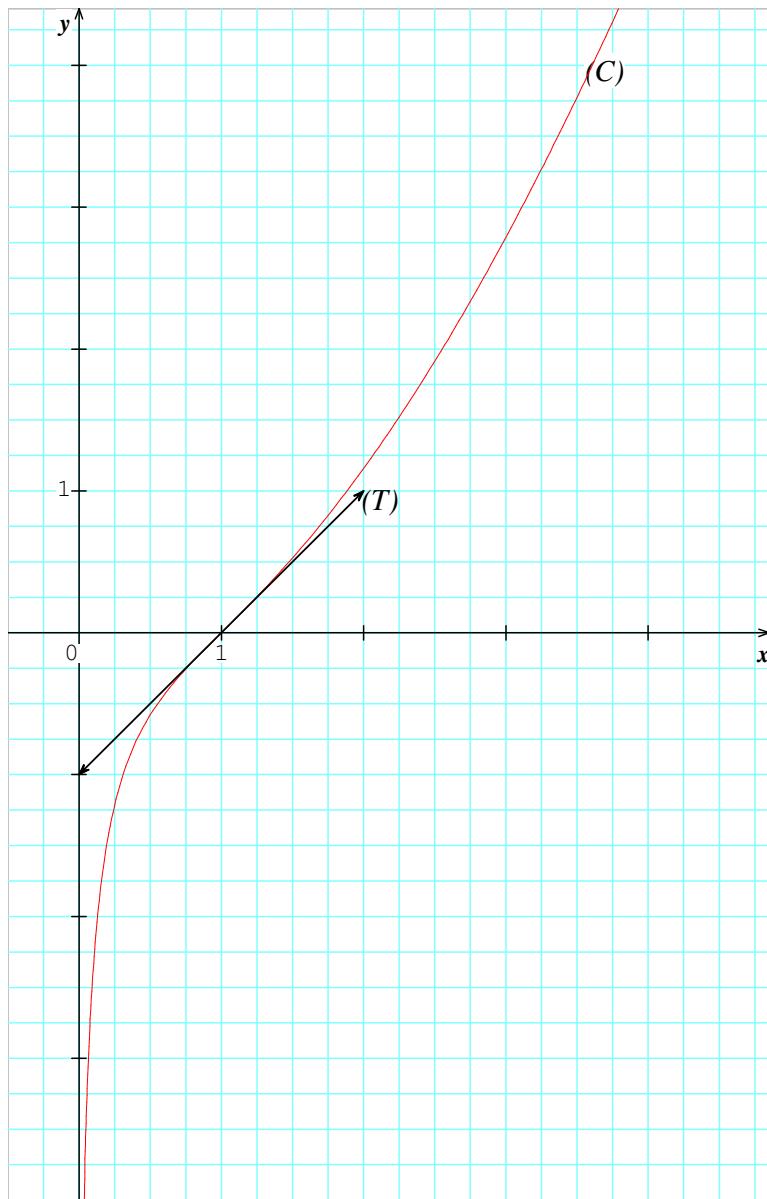
$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

لدينا :  $f(1) = 0$  و  $f'(1) = g(1) = 1$

$$y = 1 \times (x-1) + 0$$

$$(T) : y = x - 1 \quad \text{و منه :}$$

ج. إنشاء (C)



أ. (5)

$$\begin{aligned}
 \int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx &= \left[ x + \frac{x^2}{4} \right]_1^2 \\
 &= \left(2 + \frac{2^2}{4}\right) - \left(1 + \frac{1^2}{4}\right) \\
 &= 3 - \frac{5}{4} \\
 &= \frac{7}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} u'(x) = x + 1 \\ v(x) = \ln x \end{cases} \quad \begin{cases} u(x) = \frac{x^2}{2} + x \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases} . \quad \text{ب.}$$

$$\begin{aligned}
 \int_1^2 (x+1) \ln(x) dx &= \left[ \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \ln x \right]_1^2 - \int_1^2 \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \times \frac{1}{x} dx \\
 &= (4 \ln 2) - \left( \frac{3}{2} \ln 1 \right) - \int_1^2 \left( 1 + \frac{x}{2} \right) dx \\
 &= 4 \ln(2) - \frac{7}{4}
 \end{aligned}$$

$$A = \int_1^2 |f(x)| dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| : \quad \text{ج. لدينا}$$

$$f(x) \geq 0 \quad [1, 2] \quad \text{على المجال}$$

$$A = \int_1^2 f(x) dx \times 2cm \times 2cm : \quad \text{إذن}$$

$$A = \int_1^2 (3 - 3x + 2(x+1) \ln(x)) dx \times 4cm^2 : \quad \text{إذن}$$

$$A = \left( \int_1^2 (3 - 3x) dx + 2 \int_1^2 (x+1) \ln(x) dx \right) \times 4cm^2 : \quad \text{إذن}$$

$$A = \left( \left[ 3x - \frac{3x^2}{2} \right]_1^2 + 2 \left( 4 \ln(2) - \frac{7}{4} \right) \right) \times 4cm^2 : \quad \text{إذن}$$

$$A = \left( (0) - \left( \frac{3}{2} \right) + 8 \ln(2) - \frac{7}{2} \right) \times 4 \text{cm}^2 \quad \text{إذن :}$$

$$A = (-5 + 8 \ln(2)) \times 4 \text{cm}^2 \quad \text{إذن :}$$

$$A = (-20 + 32 \ln(2)) \text{cm}^2 : \text{و منه :}$$

$$x \in ]0, +\infty[ : (x+1) \ln(x) \geq \frac{3}{2}(x-1) \quad \text{لتحل مبيانيا : (6)}$$

$$\begin{aligned} (x+1) \ln(x) \geq \frac{3}{2}(x-1) &\Leftrightarrow 2(x+1) \ln(x) \geq 3(x-1) \\ &\Leftrightarrow 2(x+1) \ln x \geq 3x - 3 \\ &\Leftrightarrow 3 - 3x + 2(x+1) \ln x \geq 0 \\ &\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \end{aligned}$$

مبيانيا  $f(x) \geq 0$  تعني أن  $(C)$  يوجد فوق محور الأفاصيل

$$S = [1, +\infty[ : \text{ وبالتالي :}$$